CAPÍTULO 1
Conceptos generales

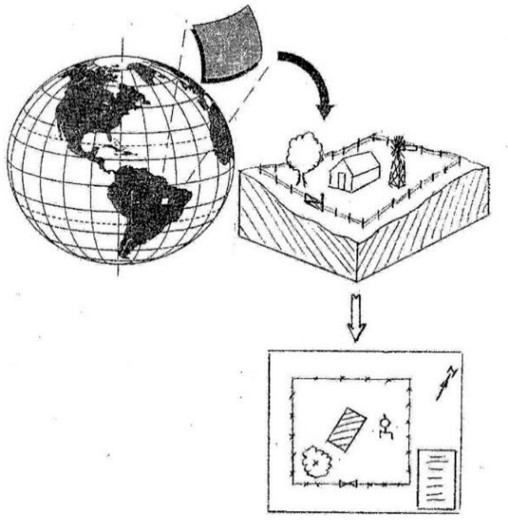
Carlos A. Orsetti y Héctor A. Salgado

El estudio del medioambiente y en particular la planificación del manejo de los suelos y el agua, requieren una representación del relieve del terreno, capaz de “trasladar el campo al escritorio” con precisión y detalles suficientes para su objetivo. Tal “traslado” puede realizarse de diversas maneras, siguiendo métodos adecuados.

Precisamente, la **Topografía** es la ciencia que se encarga de estudiar los **métodos** y el **instrumental** necesarios para representar una parte limitada de la superficie terrestre, factible de ser proyectada en un **plano**.

Es importante resaltar dos elementos fundamentales de la definición anterior: el de "limitado" y el de "plano". Ambos están ligados, dado que la Tierra es un cuerpo tridimensional, de forma aproximadamente esférico, y por consiguiente imposible de representar enteramente en un plano, que tiene sólo dos dimensiones. Pero si se selecciona sólo una pequeña parte del planeta Tierra, esta porción del casquete esférico podría considerarse representada por un plano tangente al mismo, con determinado grado de aproximación (Figura 1.1). Es decir, la Topografía brinda las herramientas para fijar los límites, dentro de los cuales es aceptable suponer "plana" a una porción de la superficie terrestre, y por lo tanto factible de ser representada mediante una **proyección plana**.

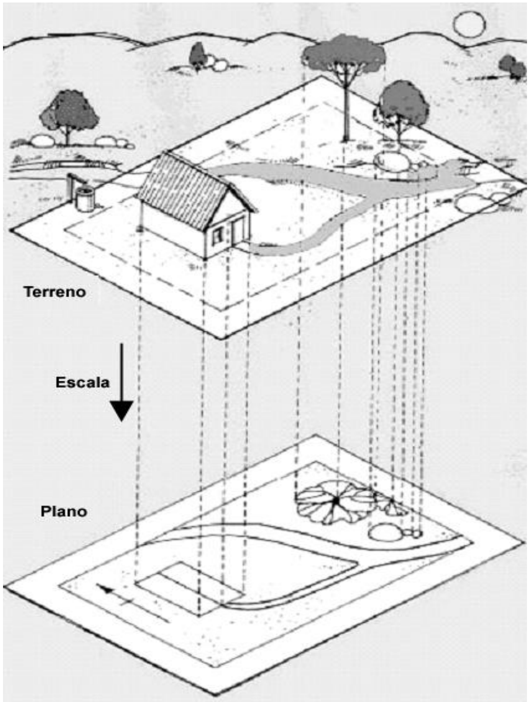
Figura 1.1: De la Tierra al Plano Topográfico



Planimetría y altimetría

La Topografía aborda la representación del relieve a partir de mediciones realizadas en la superficie terrestre. Tales mediciones, en general ángulos y distancias, permiten el cálculo de la posición de los puntos integrantes del terreno en 3 dimensiones, que pueden definirse por sus proyecciones sobre una terna de ejes cartesianos ortogonales (x,y,z).

Figura 1.2: Planimetría



La posición relativa de los puntos proyectados ortogonalmente sobre un plano horizontal arbitrario da lugar a la **planimetría** (Figura 1.2).

A su vez, la **altimetría** es la parte de la topografía que tiene por objeto la determinación de la altura del terreno, o sea el desnivel respecto a una superficie horizontal de referencia arbitraria.

La distancia vertical entre tal superficie horizontal de referencia y cada punto del terreno se denomina **Cota**. Por lo tanto, a la superficie de referencia le corresponde cota cero.

Sistema de representación

Para la confección de los Planos Topográficos, primero debe definirse un Sistema de Representación de los mismos. La solución para dicha representación viene dada por la **Geometría Descriptiva**, rama de la **Matemática** que resuelve problemas de tipo analítico en forma gráfica, mediante el **Dibujo Lineal**.

En general, en todo Sistema de Representación, se encuentran los siguientes componentes (Figura 1.3):

Plano de proyección (π)

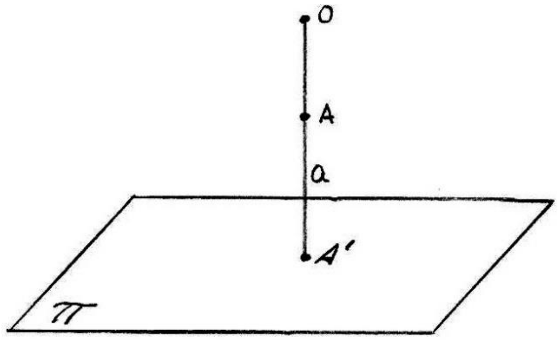
Centro de proyección o Punto de vista (O)

Punto Objeto (A), cualquiera del espacio

Punto Imagen (A')

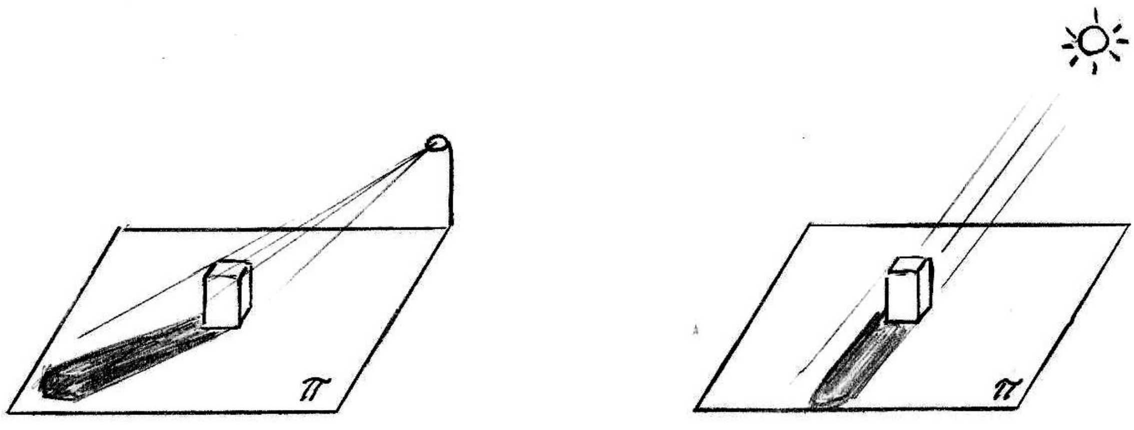
Recta proyectante o Rayo visual (a)

Figura 1.3: Componentes de un sistema de Representación



De acuerdo a la manera, en cómo se dispongan estos elementos en el espacio, se definen diversos tipos de representaciones o proyecciones. Sea, por ejemplo, un sistema en el cual el Centro de Proyección (O) es una fuente de luz: en (Figura 1.4a) la fuente es una farola de iluminación, cuyos rayos inciden sobre una casilla "objeto", la cual proyecta su sombra "imagen" sobre el plano del suelo "plano de proyección". En (Figura 1.4b), el mismo caso, pero iluminado por el Sol.

Figura 1.4: Tipos de proyecciones según posiciones



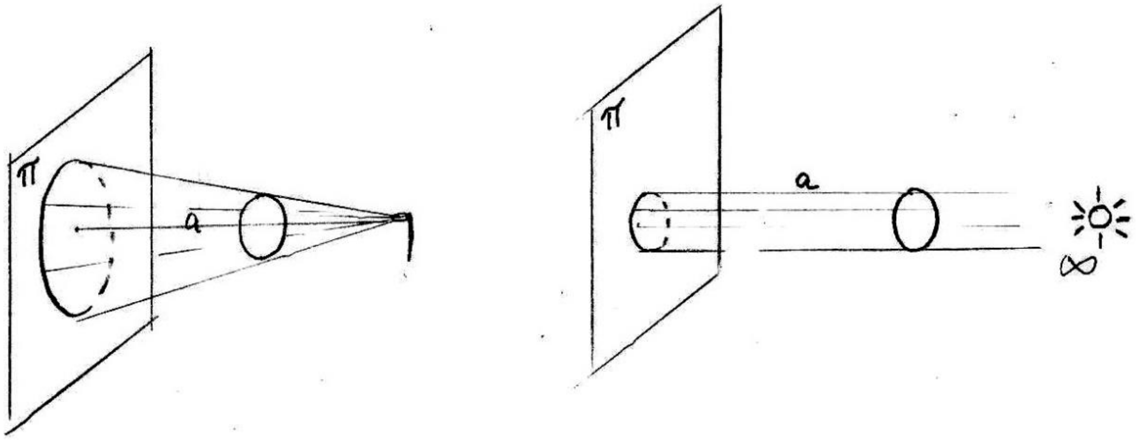
a) Izq.: Centro de Proyección "O" a distancia finita; b) Der.: "O" en el infinito.

Nótese la diferencia debido a la incidencia paralela de los rayos solares, motivada por la distancia entre objeto y punto de vista, que puede considerarse infinita. En el caso de la farola, la distancia (d) es finita, y por lo tanto los rayos convergen desde el punto de vista. En ambos casos los rayos inciden oblicuamente respecto al Plano de Proyección.

Sea otro ejemplo, en el cual el haz proyectante (a) central es perpendicular al plano de proyección (π). En la (Figura 1.5a) el punto de vista es cercano, y emite rayos sobre una esfera (objeto), proyectando una sombra (imagen) sobre el plano. La imagen tiene la misma forma, pero "agrandada", en función de las distancias relativas "punto de vista - objeto - plano".

En cambio, en (Figura 1.5b) el punto de vista está en el infinito, los haces son paralelos, y la forma de objeto y sombra son iguales.

Figura 1.5: Proyecciones cónica y cilíndrica



a) Izq.: Centro de Proyección "O" a distancia finita; b) Der.: "O" en el infinito.

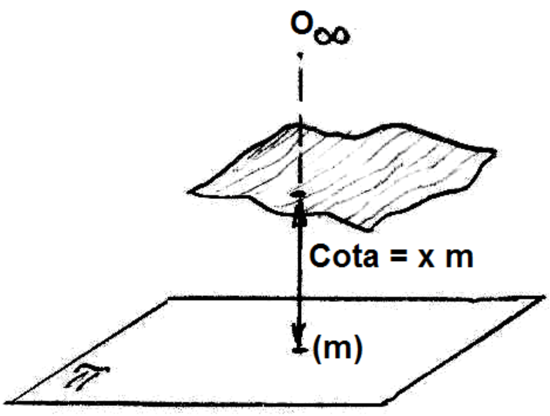
En particular, el sistema que se utiliza convencionalmente para la confección de planos topográficos es el de **Proyección Acotada Ortogonal**.

Las características de dicha Proyección son:

- Sistema con Punto de Vista (O) en el infinito, con haces proyectantes paralelos;
- Los haces inciden perpendicularmente sobre el Plano de Proyección (π);
- La distancia entre el "objeto" y su "imagen" se llama **Cota**.

La proyección del Conjunto de Puntos que representan al terreno se llama **Plano de Puntos Acotados**. Convencionalmente la cota se simboliza con un valor entre paréntesis (Figura 1.6)

Figura 1.6: Proyección de Puntos Acotados



Escala (E)

Se llama **Escala** a la relación entre magnitudes lineales de la imagen “$\mathbf{d_P}$“(en el plano de proyección) y el objeto “$\mathbf{D_T}$“(en el terreno o realidad), que la originó:

$$Escala = \frac{d_P}{D_T}$$

En general la Escala (**E**) se presenta como un cociente de numerador "uno" y denominador (**D**) un número entero:

$$\boxed{E = 1 / D}$$

Donde D es el Denominador de la Escala

Es evidente que cuanto mayor es D, menor es la Escala.

Las escalas más frecuentes en Topografía tienen un D que va desde 25.000 (en Cartas Topográficas del Instituto Geográfico Nacional o de la Dirección de Geodesia) hasta 1.000 o 500 (en Planos de Proyectos de Obra).

Vacilación planimétrica (Δs)

Es el máximo Error (Tolerancia) en la definición planimétrica a campo de un punto, admisible para que éste (el error) no sea discernible en el plano topográfico a Escala (E = 1/D).

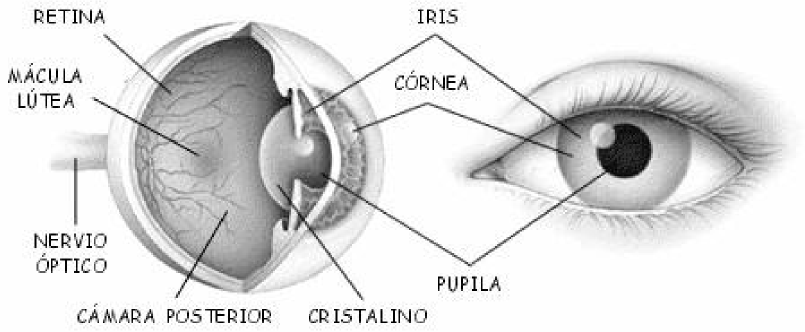
Para su definición hay que tener en cuenta la estructura del ojo humano. Se puede establecer una analogía entre el ojo humano y una cámara fotográfica digital (Figura 1.7).

Figura 1.7: Ojo humano y cámara digital

$\cong$

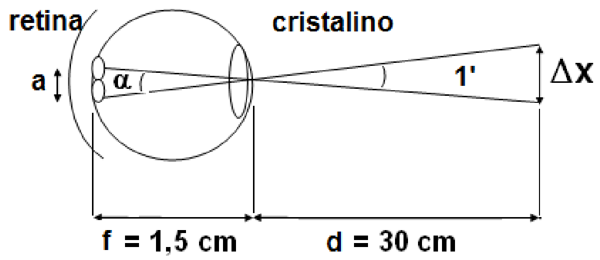
En ambos casos hay una lente (el “cristalino”) ubicada en el frente para enfocar la luz y un “dispositivo’” fotosensible detrás, para capturar la imagen. Tal “dispositivo” fotosensible es la retina, constituida por bastones y conos (equivalente en tejido orgánico de los píxeles electrónicos), ubicada a la distancia focal de la lente “f” (Figura 1.8).

Figura 1.8: Componentes del ojo



Sean: "d" la "distancia Optima de Visión Distinta", o sea la distancia a la cual el ojo discierne con mayor comodidad; α=1' la "acuidad visiva", el ángulo subtendido por 2 células sensibles (conos y bastoncitos) vecinas del ojo, y "a" la distancia entre esas 2 células (4μm).

Figura 1.9: Vacilación planimétrica



Analizando la Figura 1.9:

$$\text{tg } \alpha = \text{distancia entre conos vecinos / distancia focal f}$$

$$\text{tg } \alpha = 0{,}0004 \text{ cm} / 1{,}5 \text{ cm}$$

Por lo tanto:

$$\alpha = \text{arctg } (0{,}0004 / 1{,}5) = 0°\ 0'\ 55'' \approx 1'$$

Y:

$$\Delta x = \text{tg } 1'.\ 30 \text{ cm} = 0{,}0087 \text{ cm} \approx 0{,}1 \text{ mm}$$

Por consiguiente, 0,1 mm es la distancia que debe separar a 2 puntos en el plano, para que se vean como 2 puntos distintos.

Para la determinación de la Escala se toma el doble (0,2 mm) como mínima distancia perceptible a simple vista. Por lo tanto, la expresión queda:

$$\boxed{\Delta s = 0{,}2 \text{ mm.} * D}$$

Donde D es el denominador de la escala

Por ejemplo, si se va a confeccionar un Plano a Escala = 1/1000 → D = 1000

y Δs = 0,2 mm. 1000 = 200 mm = 20 cm

Significa que se pueden cometer errores accidentales de hasta 20cm en el levantamiento a campo, sin que sean perceptibles en el correspondiente plano del levantamiento, confeccionado a Escala 1:1000.

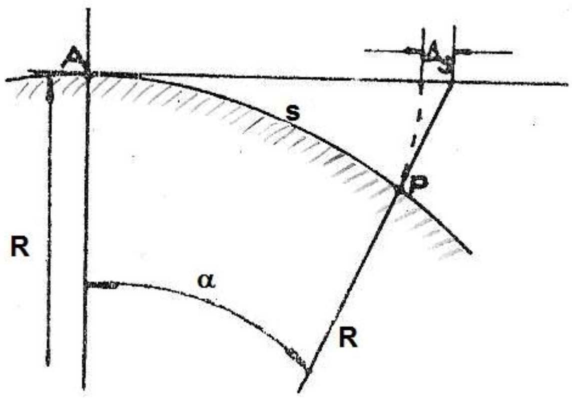
Influencia de la curvatura terrestre

Tal como se expresó anteriormente, en los Planos Topográficos se considera la proyección de una parte de la superficie terrestre sobre un Plano. Dado que la superficie terrestre se puede considerar (a los fines de la topografía) aproximadamente esférica, el plano se ubica tangente a ella en un punto, presentándose, por lo tanto, deformaciones, que se tornan más notorias en la medida que nos alejemos del punto de tangencia A (Figura 1.10).

Esto produce errores, tanto en planimetría como en altimetría, cuya influencia se ve en las Figuras siguientes:

En **Planimetría** la influencia de la curvatura se expresa por "Δs" (Figura 1.10).

Figura 1.10: Influencia de la curvatura terrestre en planimetría (Δs)



Desarrollando en serie la función trigonométrica tangente... $\operatorname{tg} \alpha = \alpha + \alpha^3/3 + \ldots$

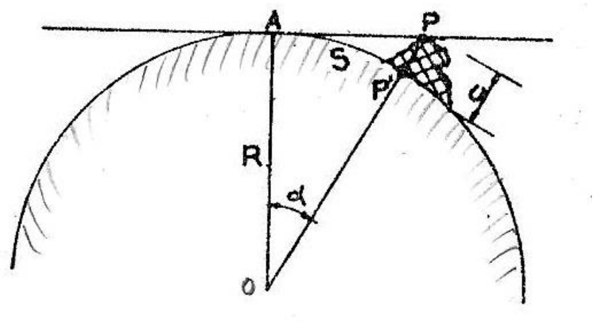
$$\Delta s = R\ (\operatorname{tg} \alpha - \alpha) = R \,.\, \alpha^3/3$$

Y dado que, para ángulos α pequeños $\alpha = \operatorname{tg} \alpha = s / R$

Resulta... $\boxed{\Delta s = s^3 / 3 R^2}$

En **Altimetria** la influencia de la curvatura se expresa por "**c**" (Figura1.11):

Figura 1.11: Influencia de la curvatura en altimetría (c)



$(R + c)^2 = R^2 + 2\,R\,c + c^2$ (1)

A su vez, por Pitágoras → $(R + c)^2 = R^2 + s^2$ (2)

Igualando (1) y (2) $2\,R\,c + c^2 = s^2$

Y considerando que c^2 es un infinitésimo de orden superior, que tiende a cero.

Queda → $2\,R\,c = s^2$ (3)

Por lo tanto $\boxed{c = s^2 / 2\,R}$

Ejemplificando, las Influencias de la Curvatura en Planimetría (∆s) y en Altimetría (c) para Planos que abarquen una zona de dimensiones L (expresada en Km) serían:

Para L = 1 km. -----> $\Delta s = 1^3 / 3 * 6400^2 = 0{,}01$ mm

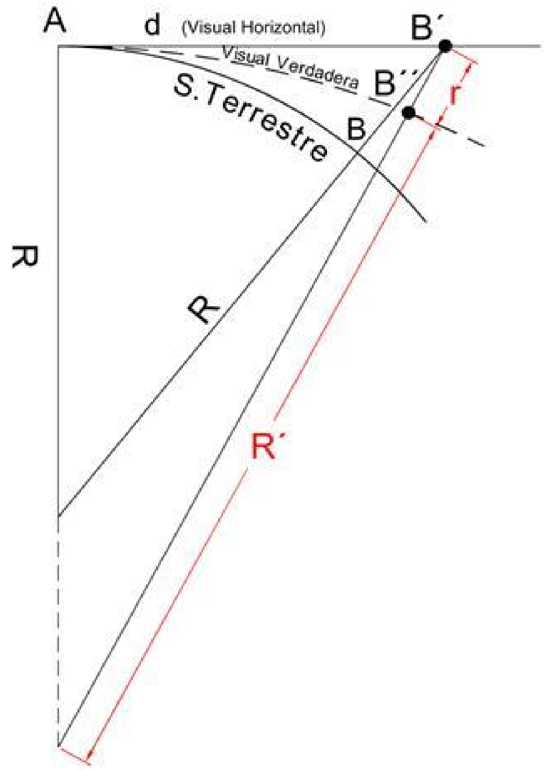
-----> $c = 1^2 / 2 * 6400 = 0{,}08$ m

Esto indica que el error en Planimetría resulta despreciable, pero NO así en Altimetría, donde debe ser calculado y corregido.

Influencia de la refracción atmosférica

En realidad, cuando se dirige una visual con un instrumento óptico, la misma va atravesando capas de la atmósfera de distinta densidad que le ocasionan una “refracción” y a consecuencia de esta, la visual verdadera deja de ser una recta y se transforma en una curva (Figura 1.12). Este efecto de refracción atmosférica compensa en parte el efecto de curvatura.

Figura 1.12: efecto de la refracción en las capas atmosféricas



La refracción atmosférica no es un valor constante y va variando a lo largo del día. La visual verdadera está inscripta en un círculo de radio mayor al terrestre, cuyo valor varía entre 25000 y 75000 km. La refracción máxima se da al amanecer y al atardecer (R' = 25000 km) y es mínima al mediodía (R' = 75000 km). Se toma por lo tanto un valor medio de 50000 km como valor de R'.

La relación entre los radios, terrestre y el de curvatura de la luz por el efecto de la refracción es una constante "**K**":

$$K = \frac{R}{R'} = \frac{6370}{50000} = 0{,}13$$

Empleando nuevamente el Teorema de Pitágoras, puede calcularse el efecto de refracción **r**, representado por el segmento $\overline{B'B''}$:

$$(R' + r)^2 = d^2 + R'^2$$

$$R'^2 + 2R'r + r^2 = d^2 + R'^2$$

Sacando R'^2 de ambos lados de la igualdad y dividiendo por 2R´ queda:

$$\frac{2R'}{2R'}\,r + \frac{r^2}{2R'} = \frac{d^2}{2R'}$$

Si ahora se desprecia el término (r^2 / 2R') de la ecuación anterior, por ser cercano a cero, se obtiene la expresión del **Efecto de la Refracción Terrestre** “**r**”:

$$\boldsymbol{\therefore r = \frac{d^2}{2R'}}$$

Como se dijo anteriormente, el efecto de la refracción compensa en parte el error producido por la curvatura.

Por lo tanto, el error que se comete por curvatura y refracción “Cr” será:

$$\mathrm{Cr} = \mathrm{C} - \mathrm{r}$$

$$Cr = \frac{d^2}{2R} - \frac{d^2}{2R'}$$

Reemplazando R’ por R/K (K = R/R’):

$$Cr = \frac{d^2}{2R} - \frac{d^2}{2\frac{R}{K}} = \frac{d^2}{2R} - \frac{K\,d^2}{2R}$$

$$\therefore Cr = \frac{d^2}{2R}\,(1 - K)$$

Como se dijo K ≅ 0,13

$$\therefore Cr = \frac{d^2}{2R}\,(1 - 0{,}13)$$

Por lo tanto, el **Efecto de Curvatura y Refracción Terrestres** en altimetría para un R = 6370 km es:

$$\boldsymbol{Cr = 0{,}87\,\frac{d^2}{2R}}$$

$$\mathrm{Cr} = 0{,}87\ \frac{\mathrm{d}^2}{2\ \mathrm{x}\ 6370\mathrm{km}} = 0{,}00007\ \mathrm{x}\ \mathrm{d}^2[\mathrm{km}]$$

Si se desea expresar Cr en metros [m], se deja d en kilómetros [km] y se multiplica la expresión anterior por 1000, quedando finalmente:

$$Cr = 0{,}07 \times d^2$$

Por ejemplo, aplicando esta expresión a distintos valores de d (100m, 500m, 1000m y 10000m), se obtiene el **efecto en altimetría de Curvatura y Refracción (Cr):**

$Cr = 0{,}07 * (0{,}1)^2 = 0{,}0007m$
$Cr = 0{,}07 * (0{,}5)^2 = 0{,}018m$
$Cr = 0{,}07 * (1)^2 = 0{,}07m$
$Cr = 0{,}07 * (10)^2 = 7m$

Como puede apreciarse, Cr no es un valor lineal y crece exponencialmente con el aumento de la distancia. A 100m el valor de Cr es despreciable ya que no alcanza a 1mm mientras que a 500m adopta un valor considerable de 1,8cm. Puede decirse entonces que Cr deberá calcularse cuando la distancia supera los 500m.